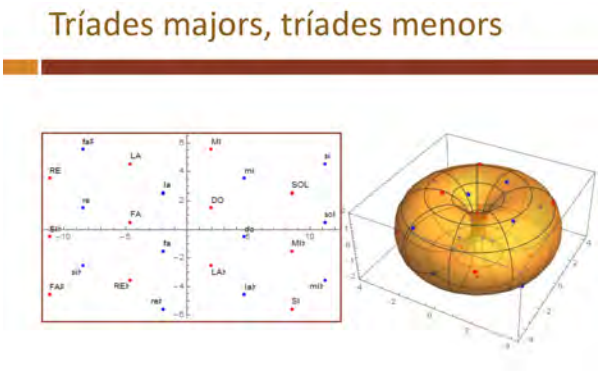
Matemàtiques, i per Romà Escalas, musicòleg, ex-secretari general de l'IEC i expresident de la Societat Catalana de Musicologia. La coordinació va anar a càrrec de Kimberly Katte, de l'Academia Europaea.

Al llarg de la conferència, la doctora Pilar Bayer va passar per un seguit de temes matemàtics relacionats amb la música, i va posar en relleu parelles de personalitats de les matemàtiques amb contraparts contemporànies de la música. En són un exemple les notables Sophie Germain i Clara Schumann, o bé Lejeune Dirichlet i Felix Mendelssohn, cunyats en una família plena de músics i matemàtics. En aquest darrer cas va explicar que la música, que aparentment interferia en el silenci que necessitava Dirichlet per fer matemàtiques, va acabar nodrint-se de les seves matemàtiques. Un exemple més del fet que mai es pot predir per què pot acabar essent útil cap avenç en matemàtiques.

Els aparellaments de personalitats van anar acompanyats d'aparellaments entre resultats matemàtics i conceptes musicals. Així van aparèixer simultàniament sèries harmòniques i la infinitat dels nombres primers, la descomposició del so en harmònics i els treballs òptics de Newton, la identitat d'Euler i les ones del so, el càlcul amb congruències, els dodecàgons regulars i els cercles de semitons i quintes, la representació matemàtica de les tríades o els sistemes dinàmics i les melodies que estabilitzen en una nota.



Representació matemàtica de les tríades

La part més sorprenent van ser les composicions escrites per una altra parella matemàtico-musical, la formada per Pilar Bayer i Ludwig. Servint-se dels conceptes matemàtics explicats al llarg de la xerrada i del software musical, Pilar Bayer ha creat una sèrie de peces musicals que el públic assistent a l'acte va poder escoltar.

La presentació va comptar amb un públic molt nombrós i ben variat, amb matemàtics i músics, però també amb participants d'altres disciplines com la biologia o les humanitats, com es va poder veure en el torn de preguntes.

La matemàtica artística d'Escher i Ligeti

Laura Farré Rozada
Royal Birmingham Conservatoire, Birmingham City University

La música és una matemàtica intuïtiva. I malgrat que les múltiples connexions entre les matemàtiques i la música són cada vegada més visibles pel conjunt de la societat, poques vegades es concreta en què consisteixen. Segons el meu criteri, veig molt clares tres categories per classificar aquestes confluències.

En primer lloc, les matemàtiques com a fonament de la música, tant des del punt de vista teòric com físic. Com ideem i materialitzem la música perquè sigui tal com l'entenem, executem i experimentem. Aquest primer pilar està molt relacionat amb la següent categoria: el component psicològic associat a l'experiència musical i els relatius processos cognitius. Un aspecte que descriu a la perfecció Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716), que afirma que la música és el resultat d'exercitar aritmèticament la ment inconscientment. En aquest segon pilar, m'atreviria a afegir-hi les eines que aporten les matemàtiques en forma d'estructures abstractes que permeten organitzar les idees musicals.

Finalment, les matemàtiques com a eina creativa. És a dir, quins recursos i estructures són possibles gràcies a la implementació explícita de les matemàtiques, o la seva elecció com a font d'inspiració per a la creació musical. I és en aquest tercer pilar que vull centrar-me en aquest escrit.

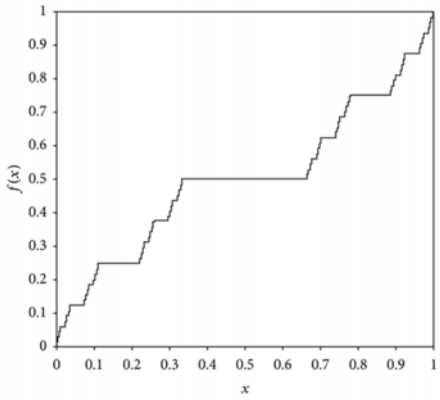
És àmpliament coneguda l'estreta col·laboració que, durant anys, van exercir l'artista holandès Maurits Cornelis Escher (1898-1972) i el matemàtic canadenc d'origen britànic Donald Coxeter (1907-2003). Des que es van conèixer l'any 1954 al Congrés Internacional de Matemàtics a Amsterdam, Escher i Coxeter van intercanviar coneixements i es van influenciar mútuament en el camp de la geometria i la simetria. Especialment, gràcies a la influència de Coxeter, Escher va poder desenvolupar recursos que li van permetre representar conceptes matemàtics com l'infinit —entre molts d'altres— en les seves il·lustracions. Aquesta eina era la geometria hiperbòlica [6].

A l'esquerra, la rajola hiperbòlica de Coxeter [1], i a la dreta, *Circle limit I* (1958) d'Escher

Aquest fenomen també el trobem en la música, ja que hi ha un gran nombre de compositors que han utilitzat les matemàtiques en el procés compositiu o que han utilitzat conceptes i paradoxes matemàtiques per estimular la seva creativitat. Un dels més interessants durant el segle XX ha sigut l'hongarès György Ligeti (1923-2006). A l'entrega del premi de composició Grawemeyer l'any 1986, Ligeti va afirmar:

"Jo no utilitzo translacions estrictament matemàtiques en la meva música, tal com feia Xenakis. La influència és poètica: els fractals són els ornaments més complexos que hi ha... Proporcionen exactament el que vull descobrir amb la meva música; un desenvolupament orgànic". [5]

De nou, les matemàtiques desperten fascinació en un artista, aquesta vegada motivada per la teorització matemàtica i representació gràfica dels fractals per part del matemàtic polonès Benoît Mandelbrot (1924-2010). I d'entre moltes de les obres que trobem en el catàleg de Ligeti inspirades pels fractals, n'hi ha una de particularment interessant. M'estic referint a l'estudi núm. 13 per a piano, *L'Escalier du diable* (1988), inspirat en la funció de Cantor, una funció contínua però no absolutament contínua, que també es coneix com "l'escala del diable".



Funció de Cantor [7]

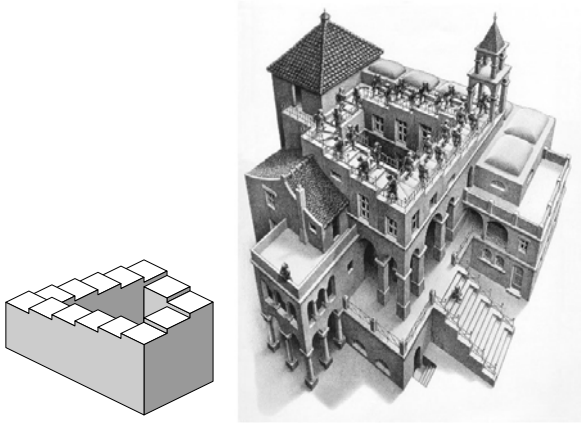
En aquest estudi, Ligeti vol representar musicalment l'infinit —tal com Escher ho aconsegueix en les seves litografies—, tot i que el compositor hongarès s'inspira en la geometria fractal en lloc de la geometria hiperbòlica. Per fer-ho, construeix una il·lusió auditiva basant-se en el principi del to de Shepard, que consisteix en la superposició recursiva d'ones sinusoïdals —és a dir, tons purs— a una distància equidistant d'octava. Les respectives freqüències d'aquests tons purs s'incrementen gradualment, i a major freqüència menor amplitud. A mesura que els tons es desplacen del rang de freqüències central, la seva amplitud decreix, i això provoca que auditivament les substituïm per freqüències més baixes amb major amplitud.

Aquesta construcció genera la il·lusió d'un to que contínuament ascendeix en l'escala de freqüències, però que en realitat es manté estable.

Per poder plasmar musicalment una escala infinita i l'angoixa emocional que aquesta imatge representa, Ligeti utilitza escales cromàtiques ascendents i espirals musicals recursives que suggereixen aquesta idea de *Perpetuum mobile* i de repetició sense fi. Les notes a la mà dreta augmenten en dinàmica a mesura que ascendeixen al teclat, i un cop arriben a l'extrem del registre del piano, la mà esquerra

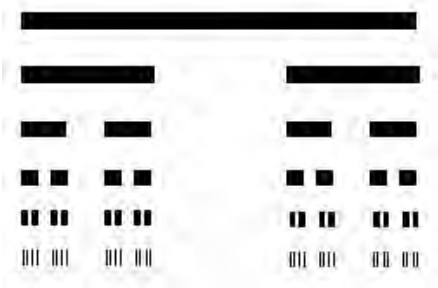
recupera el protagonisme seguint el mateix *modus operandi*.

Un exemple visual clar podria ser l'escala de Penrose, representada en la litografia d'Escher: *Ascending and descending* (1960) [2].



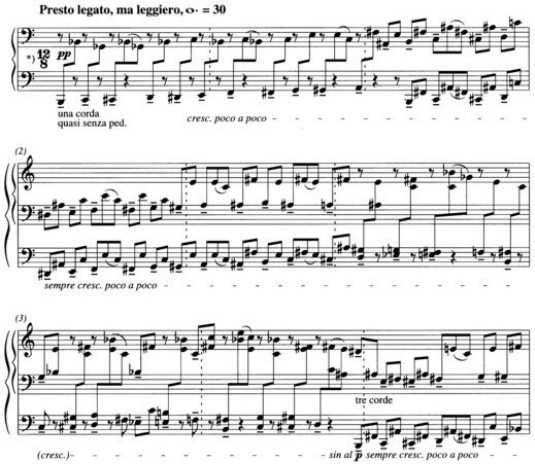
L'escala de Penrose i *Ascending and descending* (1960) d'Escher

A la vegada, aquest efecte d'escala de Shepard es troba complementat per la implementació del conjunt fractal de Cantor, que es construeix mitjançant un procés recursiu senzill que consisteix dividir en tres parts l'interval tancat $[0, 1]$ fins a l'infinit, ometent la partició central a cada pas.



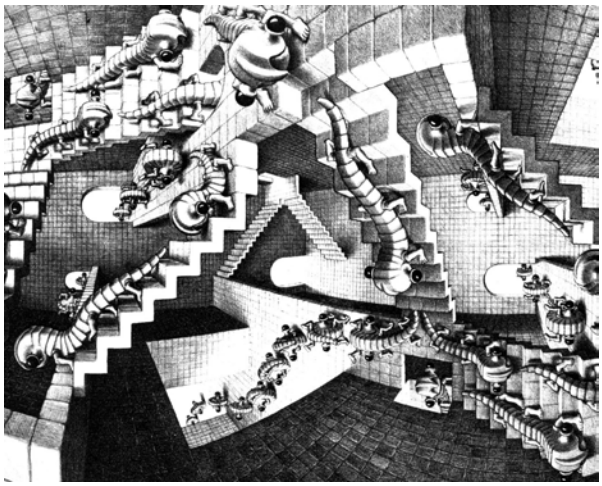
Conjunt de Cantor

Ligeti, inspirat per aquest principi, crea el seu propi sistema i agrupa les notes segons el patró següent [3]:
$2 + 2 + 3/2 + 2 + 2 + 3/2 + 2 + 2 + 2 + 3/2 + 2 + 3/2 + 2 + 3/2 + 2 + 2 + 3$



L'Escalier du diable (1988) de Ligeti [4]

Aquesta progressió es repeteix durant tota la peça, i proporciona a l'oient una subdivisió rítmica clara que fàcilment es pot visualitzar com una escala irregular i infinita. Un concepte que Escher representa paradoxalment a la seva famosa litografia *House of stairs* (1951):



House of stairs (1951) d'Escher

Així doncs, tal com Escher va aconseguir en el camp de la il·lustració, Ligeti aconsegueix innovar significativament en el camp de la composició musical combinant recursos tradicionals amb conceptes matemàtics i representacions geomètriques. Un dels aspectes que personalment trobo més fascinants d'ambdós artistes és que són capaços d'utilitzar les matemàtiques per superar limitacions tècniques que obstaculitzen la seva creativitat i imaginació. En altres paraules, les matemàtiques són el mitjà per assolir nous objectius i possibilitats en l'art.

Una catarsi creativa que només és possible quan dues disciplines es donen la mà.

Referències

[1] H. S. M. Coxeter, "Crystal symmetry and its generalizations, in A Symposium on Symmetry", *Trans. Royal Soc.* Canada 51, ser. 3, sec. 3 (1957), p. 1-13.

[2] D. Deutsch, "Paradoxes of Musical Pitch", *Scientific American* Vol. 267, n. 2 (1992), p. 88-95.

[3] M. Lee, *György Ligeti's Désordre and l'Escalier du Diable: Compositional Style and Method of Practice*, DMA Thesis, Ohio State University (2015).

[4] G. Ligeti, *Études pour piano: deuxième livre*, Schott, (1998), ISBN: 979-0001120470.

[5] J. Rockwell, "Ligeti receives the Grawemeyer Award for Music Composition", *New York Times* novembre 1986.

[6] D. Schattschneider, "The Mathematical Side of M. C. Escher", *Notices of the American Mathematical Society* Vol. 57, n. 6 (2010), p. 706-718.

[7] Y. Yang, D. Baleanu i Y. Xiao-Jun, "Analysis of Fractal Wave Equations by Local Fractional Fourier Series Method", *Advances in Mathematical Physics* juny 2013, p. 1-6.

La La Lab - La matemàtica de la música

Daniel Ramos[23] i Bianca Violet
IMAGINARY gGmbH, Berlín

En aquest escrit, resum d'un article aparegut originalment a [1], descrivim un viatge a través de la nostra exposició "La La Lab - La matemàtica de la música", que barreja el format de laboratori amb exhibicions interactives, per presentar als visitants les connexions històriques, conceptuals i artístiques entre les matemàtiques i la música, impulsant la creativitat musical, el coneixement matemàtic i la mescla i la interacció entre aquests dos camps.

Què és "La La Lab"?

Les matemàtiques impregnen profundament tots els aspectes de la música, des de la física del so fins a l'elaboració d'instruments, des de patrons rítmics fins a l'harmonia tonal, des de la música clàssica fins a l'electrònica. Les matemàtiques donen suport a la música i a la nostra comprensió de l'art, de la mateixa manera que donen suport a la física i la nostra comprensió del món. Escoltar música mitjançant una lent matemàtica aporta comprensió a l'amant de la música, apreciació pels detalls i un millor gaudi de l'art; i als professionals, la capacitat de compondre música, així com eines per expressar la seva creativitat.

El nostre objectiu és transmetre aquesta idea al públic general, mitjançant el format d'una exposició interactiva. Aquesta forma de comunicació i de divulgació, juntament amb exposicions artístiques i noves tecnologies de visualització i experiències interactives, ens permet perseguir l'objectiu d'incrementar de manera sensible la cultura matemàtica i musical dels visitants, alhora que fa que l'experiència sigui entretinguda, creativa i lúdica.

"La La Lab - La matemàtica de la música" és una exposició creada per IMAGINARY en col·laboració amb artistes i experts investigadors en música i matemàtiques, combinant un format de laboratori amb mòduls interactius. L'exposició es va presentar per primera vegada a Heidelberg, Alemanya, per encàrrec de la Heidelberg Laureate Forum Foundation [4], entre el maig del 2019 i el març del 2020. Esperem trobar suport personal i institucional per difondre, traduir, reproduir i estendre "La La Lab" a altres països, en particular a Catalunya i a Espanya, en un futur proper.

A continuació, farem un breu recorregut pels 22 mòduls de l'exposició. Tots els mòduls són de codi obert i es poden descarregar de la nostra plataforma imaginary.org per jugar i explorar més a fons o per crear una exposició pròpia [6].

[23] Contacte: daniel.ramos@imaginary.org